

面向不等差错保护的低位码平台 LT 编码算法

宋鑫¹, 倪淑燕², 张喆³, 廖育荣², 雷拓峰¹

(1. 航天工程大学研究生院, 北京 101416; 2. 航天工程大学电子与光学工程系, 北京 101416;
3. 北京遥感信息研究所, 北京 100192)

摘 要: 为了解决传统不等差错保护 (UEP) LT 码算法在加性白高斯噪声信道中存在的高误码平台、慢收敛速度等问题, 设计一种系统 UEP-LT 编码方案。该方案将校验节点分成两段传输以实现重要数据的保护。固定段校验节点只连接到重要数据以使其最接近译码成功状态。无速率段的节点会按照权重系数选取邻居消息节点, 从而使重要数据始终优先译码, 并且简化了编码结构。此外, 基于外信息传递 (EXIT) 图法分析了不同等级数据的译码收敛性, 旨在为重要数据提供足够宽的译码通道, 为次要数据提供开放且不太窄的译码通道。之后, 以此为约束条件构建了度分布设计模型, 为固定段和无速率段设计了独立的校验度分布。仿真结果表明, 所提方案的误比特率性能优于现有的 UEP-LT 编码方案, 且编码开销可节省至码长的 18%。

关键词: 信道编码; 无速率码; 不等差错保护; 收敛性; 误比特率

中图分类号: TN911.22

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2022123

Low error floor LT coding algorithm for unequal error protection

SONG Xin¹, NI Shuyan², ZHANG Zhe³, LIAO Yurong², LEI Tuofeng¹

1. Department of Graduate Management, Space Engineering University, Beijing 101416, China

2. Department of Electronic and Optical Engineering, Space Engineering University, Beijing 101416, China

3. Beijing Institute of Remote Sensing Information, Beijing 100192, China

Abstract: To solve the problems that high error floor and poor convergence of the conventional unequal error protection (UEP) LT code algorithm in additive white Gaussian noise (AWGN) channel, a systematic UEP-LT coding scheme was proposed. In the proposed scheme, the check node was divided into two segments for transmission to protect the important data. The check nodes in the fixed segment were only connected to important data to make it nearest to decoding success. Check nodes in the rateless segment would select neighbor message nodes according to weight coefficients, so that important data was always preferentially decoded, and the coding structure was simplified. Moreover, the decoding convergence behavior of different levels of data was analyzed based on the extrinsic information transfer (EXIT) chart method, and it was expected to provide a wide enough decoding tunnel for important data and an open but not too narrow decoding tunnel for secondary data. Then, a degree distribution design model was proposed based on this constraint, and independent check degree distributions were designed for the fixed segment and the rateless segment. Simulation results show that the bit error rate performance of the proposed scheme outperforms the existing UEP-LT coding schemes, and the coding overhead can be saved up to 18% of the code length.

Keywords: channel coding, rateless code, unequal error protection, convergence, bit error rate

收稿日期: 2022-02-24; 修回日期: 2022-05-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61805283); 国家高技术研究发展计划基金资助项目 (No.7026085)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61805283), The National High Technology Research and Development Program of China (No.7026085)

0 引言

无速率码^[1]最初是为二进制删除信道 (BEC, binary erasure channel) 设计的, 旨在为大规模数据分发和可靠广播^[2]提供一种理想的传输协议。无速率编码器可以生成任意数量的编码符号, 并不断地将它们发送给所有用户, 直至收到成功译码的确认 (ACK, acknowledge) 信息。无速率码在时变信道中具有良好的性能, 且在发送端不需要信道状态信息 (CSI, channel state information), 即在发送端动态地确定最终码率值^[3-4]。虽然无速率码最初是为 BEC 设计的, 但它在加性白高斯噪声 (AWGN, additive white Gaussian noise) 信道^[5]和衰落信道^[6]中也有广泛的应用, 如 5G 超可靠低时延通信^[7]、工业物联网中的可靠实时通信^[8-9], 以及多用户场景下的多接入高效通信^[10]等。

在无线数据传输中有一类重要的应用场景, 即不等差错保护 (UEP, unequal error protection) 数据传输^[11]。这是针对不同重要等级的数据而设计的传输策略, 基本思想是为重要比特 (MIB, most important bit) 和次要比特 (LIB, least important bit) 提供不同程度的保护, 从而使 MIB 始终能够被优先成功恢复。由于无速率码的优良特性, 其在 UEP 传输场景的应用也得到了学者的关注^[12]。作为第一种可实现的无速率码, 卢比变换 (LT, Luby transform) 码^[13]可以便捷地与 UEP 联合设计, 如基于权重选择的方法^[14]、采用扩展窗的方法^[15]、基于复制信息块的方法^[16]、基于反馈信息的方法^[17-18]等。

然而, LT 码与 UEP 结合存在 3 个缺陷。

1) 传统 LT 码固有的误码平台现象。现有的解决方案主要有 2 种, 一种是使用串行级联无速率码, 例如 Raptor 码^[19]和其他改进的编码方案^[20-22]。但串接码的误比特率 (BER, bit error rate) 性能受到预编码和无速率码的共同约束, 并且串接结构会不可避免地增加编码复杂度和译码复杂度。另一种是改进编码方案并设计独立的 LT 码。文献[23]中指出如果消除度数较低的消息节点, 则 LT 码的 BER 下限将大大降低。为此, 文献[24-27]中改进了传统的编码方案用以生成高度数值的消息节点。然而, 这些方案无论是在低信噪比 (SNR, signal to noise ratio) 还是在高信噪比时都普遍存在 BER 瀑布区滞后的问题。

2) 缺乏针对 UEP-LT 码的度分布设计方法。上述提及的 UEP-LT 码编码方案中, 校验节点大多只

是按权重值选取待连接的消息节点 (由 MIB 和 LIB 组成), 并以高权重优先连接至等级高的消息节点。换言之, 校验节点可能会同时连接至 MIB 和 LIB, 这会使编码结构复杂, 故而, 即使采用经典的外信息传递 (EXIT, extrinsic information transfer) 图法^[28]也难以便捷地分析、预测 UEP-LT 码的收敛性能。但校验度分布的设计却不可避免地需要追踪收敛性以寻找最优参数^[29-30], 这就为 UEP-LT 码的度分布设计增加了难度。

3) 现有的 UEP-LT 码大多为非系统码。这意味着即使在高信噪比的情况下, 绝大多数消息节点也需要在多次译码迭代之后才能获得非零对数似然比 (LLR, log-likelihood ratio) 信息, 这就增加了译码复杂度。此外, 文献[31]表明, 译码过程中较早获得非零 LLR 信息的消息节点被正确解码的概率高于较晚获得非零 LLR 信息的消息节点。在此基础上, 文献[32-33]在编码过程中引入了多个约束条件, 使更多的消息节点能够尽快获得非零 LLR 信息。然而, 该方案的编译码复杂度仍远高于系统 LT 码, 且需要更大的存储空间。

针对上述 3 个不足, 本文考虑面向 AWGN 信道设计独立的系统 UEP-LT 码, 给出了与该方案相匹配的校验度分布设计方法, 并提出了一种具有分段特点的编码方案。该方案首先设计与消息节点一一相连的系统节点, 用以提供来自信道的非零 LLR 信息。然后是固定长度的校验节点, 即固定段, 该段校验节点只连接到 MIB, 其目的是使 MIB 最接近译码成功状态。最后是无速率编码段, 该段中的校验节点会选取 MIB 或者 LIB 作为邻居节点, 并且连接至 MIB 和 LIB 的校验节点占比可以灵活调整, 从而使 MIB 始终优先于 LIB 被成功译码。本文还提出了与上述编码方案相适配的度分布设计模型。该设计模型旨在为 MIB 提供足够宽的外信息译码通道, 为 LIB 提供一个开放且不太窄的译码通道。在只传输固定段时, 待设计的度分布应使 MIB 最接近成功译码状态。在开始传输无速率段时, 待设计的度分布应确保 MIB 尽快地被正确恢复, 且在 LIB 处于临界译码状态时, MIB 的译码通道足够宽。在上述约束条件下, 本文设计的校验度分布可以为 MIB 提供优于 LIB 的收敛性能。仿真结果表明, 在相同的信道状态和码率值下, 本文方案的误比特率性能优于现有的 UEP-LT 编码方案。

1 不等差错保护 LT 码模型

1.1 LT 码编码算法

为便于后续分析，首先对传统的 LT 码进行介绍，然后引入 UEP-LT 码。对于传统 LT 码，编码器会对 K 个消息节点 $s = \{s_1, s_2, \dots, s_K\}$ 进行编码，生成 N 个校验节点 $c = \{c_1, c_2, \dots, c_N\}$ 。LT 码的 Tanner 图如图 1 所示。

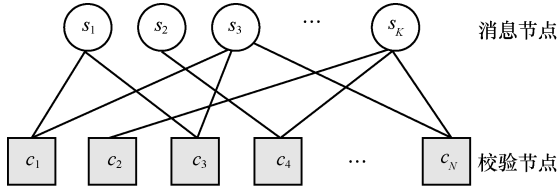


图 1 LT 码的 Tanner 图

在图 1 中，定义每个节点所连接的边数为该节点的度数值；定义校验节点的度分布函数为 $\Omega(x) = \sum_{j=1}^{d_c} \Omega_j x^j$ ，其中， Ω_j 表示度数为 j 的校验节点出现的概率， d_c 表示校验节点的最大度数值；定义消息节点度分布为 $\Lambda(x) = \sum_{i=0}^{d_v} \Lambda_i x^i$ ，其中， Λ_i 表示度数为 i 的消息节点出现的概率， d_v 表示消息节点的最大度数值。尽管 LT 码是无速率码，但仍定义其瞬时码率值为 $R = \frac{K}{N}$ ，因此可以求得校验度分布的平均度数值为 $\beta = \sum_{j=1}^{d_c} \Omega_j j$ ，则每个消息节点的平均度数值为 $\alpha = \frac{N\beta}{K}$ 。根据文献[23]可知，传统 LT 码的信息度分布可以近似为均值为 α 的泊松分布，即信息度分布的系数 Λ_i 可表示为

$$\Lambda_i \approx \frac{\alpha^i}{i!} e^{-\alpha} \quad (1)$$

图 1 中，在消息节点和校验节点之间任选一条边，定义该条边连接到度数为 j 的校验节点的概率为 ρ_j ，连接到度数为 i 的消息节点的概率为 λ_i 。在此基础上，进一步定义校验节点边的度数分布为 $\rho(x) = \sum_{j=1}^{d_c} \rho_j x^{j-1}$ ，消息节点边的度数分布为 $\lambda(x) = \sum_{i=1}^{d_v} \lambda_i x^{i-1}$ 。其中，系数 λ_i 和 ρ_j 的计算式为^[33]

$$\lambda_i = \frac{i \Lambda_i K}{K \sum_{i=1}^{d_v} i \Lambda_i} = \frac{i \Lambda_i}{\sum_{i=1}^{d_v} i \Lambda_i} \quad (2)$$

$$\rho_j = \frac{j \Omega_j N}{N \sum_{j=1}^{d_c} j \Omega_j} = \frac{j \Omega_j}{\sum_{j=1}^{d_c} j \Omega_j} \quad (3)$$

1.2 扩展窗 UEP-LT 码

本节以扩展窗 (EW, expanding window) LT 码不等差错保护方案为例，对 UEP-LT 码进行介绍。传统 EW 编码算法通过控制不同重要等级的数据参与编码的概率，实现对重要数据的保护。编码之前，将 K 个消息节点按重要等级分为 r 组，每组中消息节点的个数分别为 $\theta_1 K, \theta_2 K, \dots, \theta_r K$ ，其中， $\theta_\tau (1 \leq \tau \leq r)$ 满足 $\sum_{\tau=1}^r \theta_\tau = 1$ 。第 τ 等级重要的数据用 S_τ 表示，而 S_1 组为最重要等级的数据。然后，采用窗 $W_\tau (1 \leq \tau \leq r)$ 分别覆盖不同个数的消息节点，需要说明的是，第 τ 等级重要的数据并非只包含在窗 W_τ 内，而是包含在第 τ 个窗以及后续所有窗中，如图 2 所示。

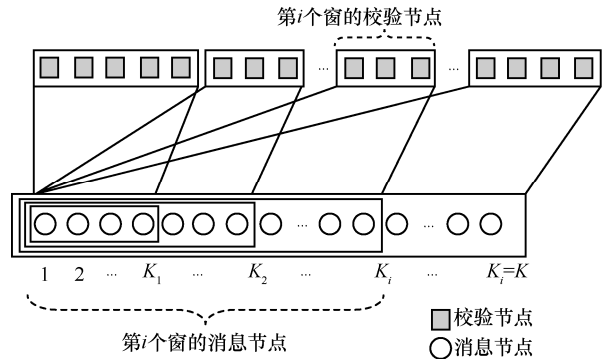


图 2 扩展窗 LT 编码示意

编码过程中，选中窗 W_τ 的概率为 Γ_τ ，且满足 $\sum_{\tau=1}^r \Gamma_\tau = 1$ 。产生一个校验节点时，首先依概率 Γ_τ 选择窗 W_τ ，然后根据校验度分布 $\Omega(x)$ 生成度数值 d ，再从 W_τ 包含的消息节点中随机选取 d 个进行异或，并将结果赋值给当前校验节点。依次类推，直至 N 个校验节点全部生成。可以看出，在该方案中重要等级越高的数据连接的校验节点个数越多，重要等级越低的数据连接的校验节点个数相对较少。根据置信传播 (BP, belief propagation) 译码算法可知，重要数据被成功恢复的概率更高，但这是以牺牲等级较低数据的 BER 性能为前提的。

1.3 系统模型

本文考虑单点对单点的传输模型。令 t_j 表示校验节点 c_j 经过二进制相移键控 (BPSK, binary phase shift keying) 调制之后得到的待传输符号, 此处 $t_j \in \{+1, -1\}$ 。符号 t_j 经过 AWGN 信道传输, 接收符号为

$$z_j = t_j + n_j \quad (4)$$

其中, n_j 表示均值为 0、方差为 σ_n^2 的加性白高斯噪声。对于 LT 码而言, 其编码器可以源源不断地产生校验节点并传输至接收端, 直至收到接收端反馈的确认信息。不过, LT 码的传输速率依然受到信道容量的限制, 因此, 为了避免译码失败, LT 码译码器总会在接收到足够数量的校验节点后才启动译码进程。

对于噪声方差为 σ_n^2 的二进制输入 AWGN (BIAWGN, binary input AWGN) 信道而言, 定义可达的最大传输速率为 C_{σ_n} , 即信道容量。定义 LT 码瞬时码率值的倒数为编码开销, 记为 $R^{-1} = \frac{N}{K}$ 。定

义译码开销为 $\delta = R^{-1} - \frac{1}{C_{\sigma_n}}$ 。此外, 给出信噪比与噪声方差的换算关系为

$$\frac{E_s}{N_0} = 10 \lg \left(\frac{1}{2\sigma_n^2} \right) \quad (5)$$

其中, E_s 表示每个传输符号的平均能量, 通常归一化为 1。表 1 给出了不同信噪比下的信道容量值, 用于后续的参数设计。

表 1 不同信噪比下的信道容量值

信噪比/dB	σ_n	C_{σ_n}
-2.82	0.978 3	0.500 0
-1.53	0.843 3	0.600 5
-0.27	0.729 4	0.700 4
1.07	0.625 2	0.799 4
2.73	0.516 4	0.900 0

2 改进的 UEP-LT 编码方案及优化设计

2.1 设计的编码方案

本节针对包含 2 种重要等级数据的 UEP 场景, 设计了一种改进的编码方案。该编码方案中共包含 3 种节点, 分别为消息节点 (由 MIB 和 LIB 组成)、系统节点和校验节点。其中, 校验节点分为固定段

和无速率段, 为便于分析, 本文将校验节点与系统节点统称为编码节点。

为了改善误码平台现象, 本文方案采用了具有记忆功能的编码器, 用以记录编码过程中消息节点的度数值变化, 并使校验节点优先连接至低度数值的消息节点, 从而达到降低误码平台的效果。令消息节点长度为 K , MIB 的长度为 K_M , LIB 的长度为 K_L , 其中 $K_M + K_L = K$, 且 $\frac{K_M}{K} = \theta_M$, $\frac{K_L}{K} = \theta_L$ 。根据文献[14,24], 将前 K_M 个消息节点作为 MIB, 第 $K_M + 1$ 至第 K 个消息节点作为 LIB。两段校验节点的编码方式如算法 1 所示。

算法 1 校验节点的编码方式

初始化 固定段校验节点长度为 N_G , 对应的度分布函数为 $\Omega_G(x)$; 无速率段校验节点长度为 N_F , 对应的度分布函数为 $\Omega_F(x)$; 其中 $N_G + N_F = N$ 。令 $j=0$, MIB 权重系数为 Γ_M , LIB 的权重系数为 Γ_L , $\Gamma_M + \Gamma_L = 1$ 。

固定段校验节点

Step1 依据度分布函数 $\Omega_G(x)$ 生成度数值 d 。

Step2 将 MIB 按照度数值大小进行排序, 记录最小的度数值为 m , 此处 $0 \leq m \leq N_G$ 。定义度数值为 m 的消息节点构成的集合为 x_m 。

Step3 如果集合 x_m 中的元素个数大于 d , 则从该集合中随机选取 d 个消息节点; 如果小于 d , 则选中集合 x_m 中的所有节点, 并从集合 $x_{(m+1)}$ 中选取剩余的消息节点, 依次类推。

Step4 将选中的 d 个消息节点进行异或, 赋值给校验节点 c_j 。如果 $j < N_G$, 则跳转至 Step1; 如果 $j = N_G$, 则跳转至 Step5。

无速率段校验节点

Step5 依据度分布函数 $\Omega_F(x)$ 生成度数值 d , 初始化 $j = N_G + 1$ 。根据权重选择待选消息节点范围, 若选中 Γ_M , 则待选消息节点为全部的 MIB; 若选中 Γ_L , 则待选消息节点为全部的 LIB。

Step6 采用与固定段校验节点相同的编码方式, 在待选消息节点范围中选出 d 个与校验节点 c_j 相连。

Step7 将选中的 d 个消息节点进行异或, 赋值给校验节点 c_j 。如果 $j < N$, 则跳转至 Step5; 如果 $j = N$, 则结束编码, 输出校验节点 $c = \{c_1, \dots, c_{N_G}, \dots, c_{N_G+N_F}\}$ 。

图 3 展示了本文方案的编码示例，其中， c_j 表示校验节点， s_i 表示消息节点， v_j 表示系统节点。从图 3 可以看出，固定段校验节点只连接到了 MIB，而无速率段校验节点则根据权重判断连接至 MIB 或者 LIB，但不会同时连接至两者。对于本文方案， K 个系统节点与校验节点一起通过 AWGN 信道传输。因此，其编码码率值为 $R = \frac{K}{N_G + N_F + K}$ 。

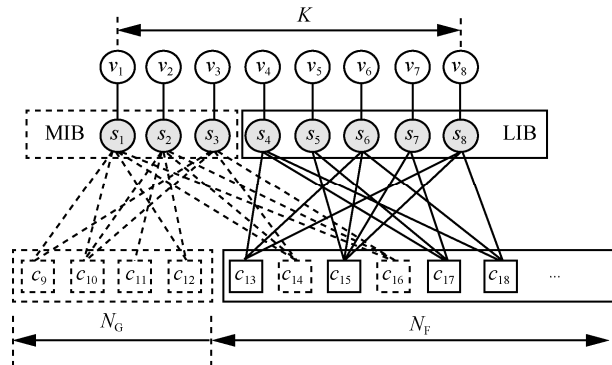


图 3 本文方案的编码示例

本文方案设计了与消息节点一一相连的系统节点。这是希望在译码过程一开始便能够为 MIB 和 LIB 提供来自信道的 LLR 信息，从而减少迭代次数，降低译码复杂度。本文方案规定，任意一个校验节点可连接的邻居消息节点只能是 MIB 或者 LIB。这是因为如果按照传统 UEP 方案进行编码，则校验节点可能同时包含 MIB 和 LIB，如此一来，采用 EXIT 图法分析译码收敛性时，则需要划分 3 个消息节点译码器（IND, information node decoder）和 2 个校验节点译码器（CND, check node decoder），甚至需要将 EXIT 图扩展到三维空间，这不利于预测编码方案的收敛性能^[34]。因此，本文方案约束了每个校验节点可选的消息节点范围，期望能够为两段校验节点设计独立的且与任意编码参数相匹配的度分布。此外，本文方案限制了校验节点的可选邻居节点范围，在一定程度上限制了算法的灵活性，但 MIB 和 LIB 的 BER 性能仍然可控。这是因为可以通过改变权重系数的大小来调整 MIB 和 LIB 的平均度数数和最低度数，以确保两者的 BER 性能始终能够达到期望效果。

本文方案采用了分段的方式产生校验节点，这是为了将保护 MIB 作为首要前提。通过合理地设置参数，固定段能够确保 MIB 在最大程度上接近临界译码状态；无速率段则可以持续性地为 MIB 和 LIB

提供连接边，以确保 LIB 译码成功且 MIB 具有足够低的误码平台。此外，还可以通过改变权重系数，灵活地调整 MIB 和 LIB 的误比特率性能。

在接收端，采用 BP 算法进行译码。校验节点与消息节点之间会互相传递 LLR 信息，而系统节点则将 LLR 信息单向地传递至消息节点。在迭代过程中，定义校验节点传递给消息节点的 LLR 信息为

$$L_{c \rightarrow s} = 2 \tanh \left(\tanh \left(\frac{L_{ch}}{2} \right) \prod_{s' \neq s} \tanh \left(\frac{L_{s' \rightarrow c}}{2} \right) \right) \quad (6)$$

其中， L_{ch} 表示来自信道的 LLR 信息， $L_{s' \rightarrow c}$ 表示消息节点 s' 传递给校验节点 c 的 LLR 信息。

定义消息节点传递给校验节点的 LLR 信息为

$$L_{s \rightarrow c} = L_{v \rightarrow s} + \sum_{c' \neq c} L_{c' \rightarrow s} \quad (7)$$

其中， $L_{v \rightarrow s}$ 表示系统节点 v 传递给消息节点 s 的 LLR 信息。

2.2 设计方案的收敛性分析

若采用线性规划模型^[29]对固定段和无速率段的校验度分布进行优化设计，则需要准确获知 LIB 和 MIB 在任意编码参数与信道参数下的收敛性能。在 EXIT 图法中，分析收敛性能的前提是准确获知节点度分布。因此，本节首先推导了本文方案中 LIB 和 MIB 的消息节点度分布、校验节点度分布。然后给出了 LIB 和 MIB 的外信息传递函数，为后续度分布的设计提供依据。

对于 BIAWGN 信道中的 LT 码，EXIT 图法可以用来寻找其临界收敛信噪比或者临界收敛码率值^[35]，因此，EXIT 图法被广泛地用于校验度分布的设计中。令函数 $J(\sigma)$ 表示二进制传输符号和 LLR 消息之间的平均外部互信息，定义为

$$J(\sigma) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\left(\zeta - \frac{\sigma^2}{2}\right)^2}{2\sigma^2}} \text{lb}(1 + e^{-\zeta}) d\zeta \quad (8)$$

其中， σ^2 是 LLR 信息的方差。 J 函数具有唯一的逆函数 $\sigma = J^{-1}(J)$ ， J 函数和 J^{-1} 函数的近似求解方法可参考文献^[36]。在本文方案中，将译码器分为 CND、IND 和变量节点译码器（VND, variable node decoder）。其中，每个译码器又可细分为 MIB 的译码器和 LIB 的译码器，记为 M-CND 与 L-CND、M-IND 与 L-IND、M-VND 与 L-VND。根据高斯近似假设^[29]，认为节点译码器之间传递的 LLR 信息

均服从对称高斯分布，即方差为 σ^2 、均值为 $\frac{\sigma^2}{2}$ 。

待设计的固定段和无速率段的校验度分布为

$$\Omega_G(x) = \sum_{j=1}^{d_c} \Omega_j^{(G)} x^j \text{ 和 } \Omega_F(x) = \sum_{j=1}^{d_c} \Omega_j^{(F)} x^j, \text{ 对应的边度}$$

$$\text{分布为 } \rho_G(x) = \sum_{j=1}^{d_c} \rho_j^{(G)} x^{j-1} \text{ 和 } \rho_F(x) = \sum_{j=1}^{d_c} \rho_j^{(F)} x^{j-1}.$$

在分析 MIB 和 LIB 收敛性能时，需要获知与其相连的校验节点的度分布，记为 $\Omega_M(x)$ 和 $\Omega_L(x)$ 。需要

说明的是，由于 LIB 只与无速率段中的校验节点相连接，故 LIB 所连接校验节点的度分布为 $\Omega_L(x) = \Omega_F(x)$ 。但是 MIB 会同时连接到固定段和无速率段中的校验节点，因此 $\Omega_M(x)$ 仍需进一步推导。

对于 LIB 而言，其 L-CND 外信息函数为

$$I_{E,C}^{(L)} = 1 - \sum_{j=1}^{d_c} \rho_j^{(F)} J\left(\sqrt{(j-1)\sigma_{C(L)}^2 + \sigma_{ch}^2}\right) \quad (9)$$

其中， $\sigma_{C(L)}^2 = [J^{-1}(1 - I_{A,C}^{(L)})]^2$ ， $I_{A,C}^{(L)}$ 是 L-CND 的输入先验互信息， $I_{E,C}^{(L)}$ 是 L-CND 的输出外部互信息， σ_{ch}^2 是信道 LLR 信息的方差。

定义 $\Omega_F(x)$ 的平均校验度数值为 $\beta^{(F)}$ ，则 LIB 的消息节点平均度数值为

$$\alpha^{(L)} = \beta^{(F)} \frac{\Gamma_L N_F}{K_L} \quad (10)$$

按照本文方案进行编码，得到的 LIB 消息节点度分布为

$$A^{(L)}(x) = \left(\lfloor \alpha^{(L)} \rfloor - \alpha^{(L)}\right) x^{\lfloor \alpha^{(L)} \rfloor - 1} + \left(\alpha^{(L)} - (\lfloor \alpha^{(L)} \rfloor - 1)\right) x^{\lfloor \alpha^{(L)} \rfloor} \quad (11)$$

其中， $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整函数。进一步地，定义 LIB

的消息节点边度分布为 $\lambda_L(x) = \sum_{i=1}^{d_v} \lambda_i^{(L)} x^{i-1}$ 。在此基

础上，可得 LIB 的 L-IND 外信息函数为

$$I_{E,I}^{(L)} = \sum_{i=1}^{d_v} \lambda_i^{(L)} J\left(\sqrt{(i-1)\sigma_{I(L)}^2 + \sigma_{ch}^2}\right) \quad (12)$$

其中， $\sigma_{I(L)}^2 = J^{-1}(I_{A,I}^{(L)})$ ， $I_{A,I}^{(L)}$ 表示 L-IND 的输入先验互信息。

对于 MIB 而言，固定段和无速率段中的校验节点均与之相连。因此，MIB 所连接校验节点的度分

布为 $\Omega_G(x)$ 与 $\Omega_F(x)$ 的加权和。无速率段中与 MIB 相连的校验节点平均个数为 $\Gamma_M N_F$ ，固定段中与 MIB 相连的校验节点个数为 N_G ，定义

$$p_G = \frac{N_G}{N_G + \Gamma_M N_F} \quad (13)$$

$$p_F = \frac{\Gamma_M N_F}{N_G + \Gamma_M N_F} \quad (14)$$

则 MIB 所连校验节点的度分布为

$$\Omega_M(x) = \sum_{j=1}^{d_c} \left(p_G \Omega_j^{(G)} + p_F \Omega_j^{(F)}\right) x^j \quad (15)$$

定义 MIB 所连校验节点的边度分布为

$$\rho_M(x) = \sum_{j=1}^{d_c} \rho_j^{(M)} x^{j-1} \quad (16)$$

则 MIB 的 M-CND 外信息函数为

$$I_{E,C}^{(M)} = 1 - \sum_{j=1}^{d_c} \rho_j^{(M)} J\left(\sqrt{(j-1)\sigma_{C(M)}^2 + \sigma_{ch}^2}\right) \quad (17)$$

其中， $\sigma_{C(M)}^2 = [J^{-1}(1 - I_{A,C}^{(M)})]^2$ ， $I_{A,C}^{(M)}$ 是 M-CND 的输入先验互信息， $I_{E,C}^{(M)}$ 是 M-CND 的输出外部互信息。定义 $\Omega_G(x)$ 的平均校验度数值为 $\beta^{(G)}$ ，则 MIB 能够获得平均消息节点度数值为

$$\alpha^{(M)} = \beta^{(G)} \frac{N_G}{K_M} + \beta^{(F)} \frac{\Gamma_M N_F}{K_M} \quad (18)$$

MIB 的消息节点度分布为

$$A^{(M)}(x) = \left(\lfloor \alpha^{(M)} \rfloor - \alpha^{(M)}\right) x^{\lfloor \alpha^{(M)} \rfloor - 1} + \left(\alpha^{(M)} - (\lfloor \alpha^{(M)} \rfloor - 1)\right) x^{\lfloor \alpha^{(M)} \rfloor} \quad (19)$$

定义 MIB 的边度分布为 $\lambda_M(x) = \sum_{i=1}^{d_v} \lambda_i^{(M)} x^{i-1}$ 。在

此基础上，可得 MIB 的 M-IND 外信息函数为

$$I_{E,I}^{(M)} = \sum_{i=1}^{d_v} \lambda_i^{(M)} J\left(\sqrt{(i-1)\sigma_{I(M)}^2 + \sigma_{ch}^2}\right) \quad (20)$$

其中， $\sigma_{I(M)}^2 = J^{-1}(I_{A,I}^{(M)})$ ， $I_{A,I}^{(M)}$ 表示 M-IND 的输入先验互信息。

综上可得本文方案中 LIB 和 MIB 的外信息函数，其特点是 2 种 EXIT 函数相互独立，这为分析 MIB 和 LIB 的收敛性能、设计独立的校验度分布提供了方便。

为了直观地展示本文方案的收敛性能，根据上

述推导得到的外信息函数，绘制出 MIB 和 LIB 的收敛性能曲线，如图 4 所示。其中，仿真参数如下。信噪比为 -0.27 dB，MIB 所占比例为 30%，即 $\theta_M = 0.3$ ， $\theta_L = 0.7$ ， $\Gamma_M = 0.3$ ， $\Gamma_L = 0.7$ ，编码倍率为 $R^{-1} = 1.88$ 。定义固定段和无速率段的编码倍率分别为 $R_G^{-1} = \frac{N_G}{K_M}$ 和 $R_F^{-1} = \frac{N_F}{K_L}$ ，设定 $R_G^{-1} = 0.6$ 和 $R_F^{-1} = 1.0$ 。MIB 和 LIB 采用的校验节点度分布为^[37]

$$\Omega(x) = 0.004 4x + 0.004 6x^2 + 0.005 5x^3 + 0.004 8x^4 + 0.332 8x^5 + 0.414 5x^6 + 0.087 5x^7 + 0.075 8x^8 + 0.005 9x^9 + 0.005 0x^{10} + 0.005 4x^{11} + 0.005 9x^{12} + 0.004 7x^{13} + 0.003 4x^{14} + 0.002 6x^{15} + 0.001 2x^{16} + 0.001 0x^{17} + 0.033 2x^{200} \quad (21)$$

图 4 中给出了 MIB 和 LIB 的收敛性能曲线，并定义 IND 和 CND 这两条曲线之间的空隙为“译码收敛区”。理论上，如果两条曲线没有相交，那么当码长 K 足够长时，译码器总可以经过多次迭代成功恢复出源信息。

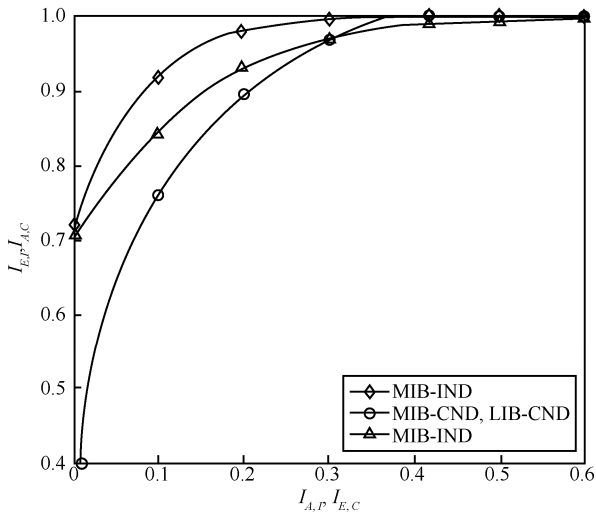


图 4 MIB 和 LIB 的收敛性能曲线

从图 4 中可以看出，该仿真参数下 MIB 和 LIB 的 CND 曲线相同。这是因为 CND 的外信息函数只与校验节点度分布和信噪比相关，而在图 4 中 MIB 和 LIB 采用的是相同的校验度分布，且信噪比固定不变，因此，MIB 和 LIB 的 CND 曲线完全一致。此外，在图 4 中参数下，只有 MIB 能够译码成功。这是因为 MIB 的译码收敛区处于打开状态，而 LIB 的收敛区则处于相交状态，这也体现了本文方案的不等差错保护特性。需要说明的是，图 4 的仿真结

果仅用于验证本文方案的收敛性，接下来会对固定段和无速率段的校验节点度分布进行针对性设计。

2.3 校验度分布的优化设计

对于 LT 码的传统校验度分布设计方法，其思想是在给定信噪比下实现近极限的传输效率，因此，往往以最大化码率值为目标函数，以间距最小但处于打开状态的 EXIT 译码通道为约束条件，采用线性规划模型寻找符合条件的最优度分布。不过，本文提出的编码方案中引入了固定段和无速率段，且需要根据两者的作用设计不同的度分布，因此，本节对传统模型进行了改进，构建了适用于本文方案的度分布设计模型。

2.3.1 固定段的校验度分布设计

在 2.1 节中分析了固定段的设计思想，是为了使 MIB 在最大程度上接近成功译码状态，因此在固定段的度分布设计模型中，考虑以最大化最小译码通道为目标。具体而言，就是在固定码率值下，最大化 IND 外信息曲线和 CND 外信息曲线之间的最小距离。本文以 IND 曲线和 CND 曲线的横坐标差值最大为目标函数。在本文方案的 MIB-EXIT 图中作一条直线 $y = \xi$ ，其中 $0 \leq \xi < 1$ 。令直线 $y = \xi$ 与 IND 曲线的交点横坐标为 x_1 ，与 CND 曲线的交点横坐标为 x_2 ，为了使译码通道足够宽，可令

$$x_2 > (\varepsilon + 1)x_1, \varepsilon > 0 \quad (22)$$

本文方案的互信息结构如图 5 所示。从图 5 可以看出，CND 的先验互信息由两部分组成，分别是来自 IND 的外部互信息和来自信道的互信息。IND 的先验互信息则包括来自 CND 的外部互信息和来自信道的互信息。在此基础上，式(22)的含义为在第 l 次译码迭代中，CND 的外部互信息应大于 IND 的部分先验互信息，即

$$I_{E,C \rightarrow I}^{(l)} > (\varepsilon + 1)I_{A,C \rightarrow I}^{(l)} \quad (23)$$

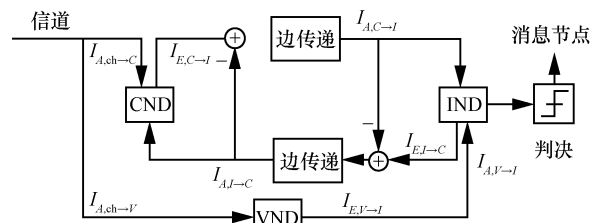


图 5 本文方案的互信息结构

在计算式(23)时，可以采用拟合曲线代替 CND 曲线和 IND 曲线，这样可以便捷地寻找具有相同或

相近横坐标值的点。对于信噪比点 SNR_μ ，其对应的噪声方差为 $\sigma_{n(\mu)}^2$ ，此时的信道容量为 $C_{\sigma(\mu)}$ 。令固定段的编码倍率为 $\frac{1}{C_{\sigma(\mu)}} - 1$ ，需要说明的是，本文

方案设计的是系统码，故此处的编码倍率指的是校验节点个数与消息节点个数的比值，不含系统节点。待设计度分布 $\Omega_G(x)$ 的最大校验度数值为 D ，期望消息节点平均度数值为 α_G ，则校验节点平均度数值为 $\beta_G = \frac{\alpha_G}{\frac{1}{C_{\sigma(\mu)}} - 1}$ 。此外， β_G 还满足

$$\beta_G = \frac{1}{\sum_{j=1}^D \frac{\rho_j^{(G)}}{j}} \quad (24)$$

令最大译码迭代次数为 L_{\max} ，对于 $l=1, 2, \dots, L_{\max}$ ，所设计的度分布应最大化集合 $\{I_{E,C \rightarrow I}^{(M)/l} - I_{A,C \rightarrow I}^{(M)/l}\}$ 中的最小元素。需要说明的是，由于固定段节点只选择 MIB 进行连接，故该集合中的外信息值可看作式(13)~式(20)中 $N_F = 0$ 时的情况。定义该集合中的最小元素为 η_{SNR_μ} ，则固定段度分布模型的目标函数为

$$\begin{aligned} & \max \eta_{\text{SNR}_\mu} \\ \text{s.t.} \quad & \text{C1: } \sum_{j=1}^D \rho_j^{(G)} = 1 \\ & \text{C2: } \rho_j^{(G)} \geq 0, j = 1, 2, \dots, D \\ & \text{C3: } \alpha_G \sum_{j=1}^D \frac{\rho_j^{(G)}}{j} = \frac{1}{C_{\sigma(\mu)}} - 1 \end{aligned} \quad (25)$$

该模型中，以 $\frac{1}{C_{\sigma(\mu)}} - 1$ 为编码倍率，故码率值为 $R = C_{\sigma(\mu)}$ 。根据香农定理可知，在该条件下 MIB 是无法被成功译码的，换言之，根据模型得到的校验度分布，其 IND 曲线和 CND 曲线会处于相交状态。此时，集合 $\{I_{E,C \rightarrow I}^{(M)/l} - I_{A,C \rightarrow I}^{(M)/l}\}$ 中的最小元素是小于零的，目标函数的作用则是寻找最优的度分布系数，使该负值元素尽可能地接近零，即两条曲线尽可能地接近临界译码状态。

2.3.2 无速率段的校验度分布设计

无速率段的作用是为 MIB 提供更多连接边，使其能被成功恢复且误码平台足够低；同时，对 LIB

进行编码，直至其被成功恢复。从 EXIT 图的角度来说，就是使 MIB 的译码通道从相交状态逐步变化至打开状态，且随着无速率段编码长度的增加能够继续变宽。因此，在设计无速率段校验度分布时，需考虑固定段度分布对 MIB 的影响。

对于信噪比点 SNR_μ ，令无速率段的编码倍率为 $\frac{N_F}{K_L}$ ，待设计度分布 $\Omega_F(x)$ 的最大校验度数值为 D ，期望消息节点平均度数值为 α_F ，校验节点平均度数值为 $\beta_F = \frac{\alpha_F}{\frac{N_F}{K_L}}$ 。此外， β_F 还满足

$$\beta_F = \frac{1}{\sum_{j=1}^D \frac{\rho_j^{(F)}}{j}} \quad (26)$$

令最大迭代次数为 L_{\max} ，对于 $l=1, \dots, L_{\max}$ ，所设计的度分布应最大化集合 $\{I_{E,C \rightarrow I}^{(M)/l} - I_{A,C \rightarrow I}^{(M)/l}\}$ 中的最小元素。需要说明的是，MIB 同时连接到了固定段和无速率段，故该集合中的外信息值需按照式(20)计算且 $N_F > 0$ 。定义该集合中的最小元素为 η_{SNR_μ} ，则无速率段度分布模型的目标函数为

$$\begin{aligned} & \max \eta_{\text{SNR}_\mu} \\ \text{s.t.} \quad & \text{C1: } \sum_{j=1}^D \rho_j^{(F)} = 1 \\ & \text{C2: } \rho_j^{(F)} \geq 0, j = 1, 2, \dots, D \\ & \text{C3: } \alpha_F \sum_{j=1}^D \frac{\rho_j^{(F)}}{j} = \frac{N_F}{K_L} \\ & \text{C4: 对于 LIB 译码器, } I_{E,C \rightarrow I}^{(L)/l} > (\varepsilon + 1)I_{A,C \rightarrow I}^{(L)/l}, \\ & \quad \varepsilon > 0, l = 1, 2, \dots, L_{\max} \\ & \text{C5: 对于 MIB 译码器, } I_{E,C \rightarrow I}^{(M)/l} - I_{A,C \rightarrow I}^{(M)/l} > 0, \\ & \quad l = 1, 2, \dots, L_{\max} \end{aligned} \quad (27)$$

其中，C4 是为了确保 LIB 的译码通道是打开的，该条件中的外信息值可按式(12)计算。以表 1 给出的信噪比为例，按照本节提出的模型设计校验度分布。参数为 $\theta_M = 0.3$ ， $\theta_L = 0.7$ ， $D = 66$ ， $\varepsilon = 0.03$ ，设计结果如表 2 所示。

以 $\sigma_n = 0.7294$ 为例，按照表 2 参数绘制出 MIB 和 LIB 的外信息传递图的变化情况，如图 6 所示。从图 6 中可以看出，当只传输固定段时，MIB 的译码通道是关闭的；随着无速率段的传输，两条外信息曲线逐渐远离直至译码通道处于打开状态，且曲

表 2 校验度分布的设计结果

期望参数	UEP 参数	固定段和无速率段的校验度分布	度分布模型目标函数值
$\sigma_n = 0.8433$, $\alpha_G = 7.3$, $\alpha_F = 13.5$	$\Gamma_M = 0.25, \Gamma_L = 0.75$	$\Omega_G(x) = 0.2388x^7 + 0.7072x^8 + 0.0540x^{66}$ $\Omega_F(x) = 0.8508x^7 + 0.0354x^{14} + 0.0192x^{15} + 0.0946x^{66}$	$\eta = 0.02019$
	$\Gamma_M = 0.3, \Gamma_L = 0.7$	$\Omega_G(x) = 0.2388x^7 + 0.7072x^8 + 0.0540x^{66}$ $\Omega_F(x) = 0.0101x^6 + 0.8461x^7 + 0.0320x^{13} + 0.0289x^{14} + 0.0829x^{66}$	$\eta = 0.02143$
	$\Gamma_M = 0.35, \Gamma_L = 0.65$	$\Omega_G(x) = 0.2388x^7 + 0.7072x^8 + 0.0540x^{66}$ $\Omega_F(x) = 0.8542x^7 + 0.0260x^8 + 0.0491x^{14} + 0.0707x^{66}$	$\eta = 0.02247$
$\sigma_n = 0.7294$, $\alpha_G = 5.3$, $\alpha_F = 12.5$	$\Gamma_M = 0.25, \Gamma_L = 0.75$	$\Omega_G(x) = 0.7368x^{10} + 0.2257x^{11} + 0.0375x^{66}$ $\Omega_F(x) = 0.3767x^9 + 0.4851x^{10} + 0.1382x^{66}$	$\eta = 0.02717$
	$\Gamma_M = 0.3, \Gamma_L = 0.7$	$\Omega_G(x) = 0.7368x^{10} + 0.2257x^{11} + 0.0375x^{66}$ $\Omega_F(x) = 0.0349x^8 + 0.8376x^9 + 0.1275x^{66}$	$\eta = 0.02871$
	$\Gamma_M = 0.35, \Gamma_L = 0.65$	$\Omega_G(x) = 0.7368x^{10} + 0.2257x^{11} + 0.0375x^{66}$ $\Omega_F(x) = 0.7082x^9 + 0.1822x^{10} + 0.1096x^{66}$	$\eta = 0.03085$
$\sigma_n = 0.6252$, $\alpha_G = 4.3$, $\alpha_F = 11.5$	$\Gamma_M = 0.25, \Gamma_L = 0.75$	$\Omega_G(x) = 0.7041x^{16} + 0.2774x^{17} + 0.0185x^{66}$ $\Omega_F(x) = 0.2132x^{12} + 0.5664x^{13} + 0.2204x^{66}$	$\eta = 0.03487$
	$\Gamma_M = 0.3, \Gamma_L = 0.7$	$\Omega_G(x) = 0.7041x^{16} + 0.2774x^{17} + 0.0185x^{66}$ $\Omega_F(x) = 0.5374x^{13} + 0.2702x^{14} + 0.1924x^{66}$	$\eta = 0.03617$
	$\Gamma_M = 0.35, \Gamma_L = 0.65$	$\Omega_G(x) = 0.7041x^{16} + 0.2774x^{17} + 0.0185x^{66}$ $\Omega_F(x) = 0.1948x^{12} + 0.6296x^{13} + 0.1757x^{66}$	$\eta = 0.03990$

线间距越来越大，这与设计初衷是相符的。此外，图 6 还给出了 LIB 处于临界译码状态时 MIB 和 LIB 的外信息图。从图 6 可以看出，此时 MIB 的译码通道已经很宽了，能以较低的迭代次数实现快速译码；而 LIB 的译码通道则较窄，仍需多次迭代方能成功译码，这体现了本文方案对 MIB 和 LIB 的不等差错保护特性。若预设长度的无速率段发送完成

后 LIB 或者 MIB 仍未能成功恢复，发送端可按照算法 1 继续源源不断地产生校验节点并传输至接收端，直至 MIB 和 LIB 译码成功或者达到期望的 BER 范围。

3 仿真结果

本节给出了本文方案的误比特率性能。仿真采用 BPSK 调制，在每组参数下进行足够多次的实验，直至出现 500 个比特错误或者完成了 300 000 次仿真。BP 译码迭代的最大次数设置为 100 次，并在译码结束后统计平均误比特率。此外，本节将本文方案与文献[24]中的等度数 (ED, equal degree) 编码算法和文献[27]中的逆向 (Rev, reverse) 编码算法进行了比较。这 2 种改进算法采用的度分布为^[38]

$$\Omega_{com}(x) = 0.015x + 0.495x^2 + 0.167x^3 + 0.082x^4 + 0.071x^5 + 0.049x^8 + 0.048x^9 + 0.05x^{19} + 0.023x^{66} \quad (28)$$

3.1 不同码率值下的 BER 性能

图 7~图 9 在不同的权重系数下对本文方案和参考方案的 BER 性能进行了对比，以验证本文方案的合理性。此外，每幅图中采用了不同的信噪比，以同时验证本文校验度分布设计结果的正确性。仿真参数设置如下，码长 $K=6\ 000$ ，假设其中 MIB 所占比例为 30%，

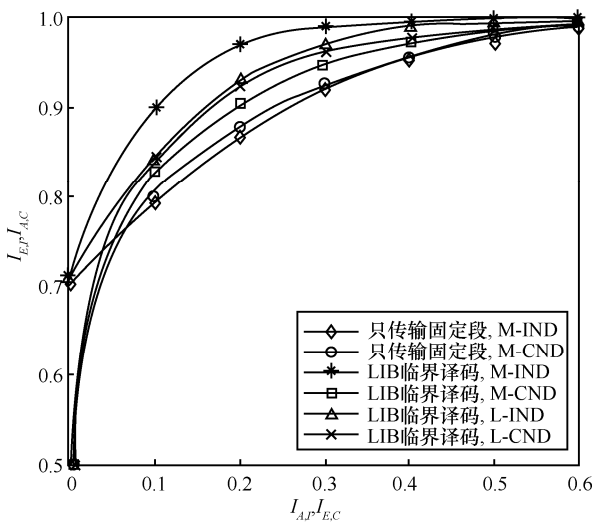


图 6 外信息传递图的变化情况

即 $\theta_M = 0.3$, $\theta_L = 0.7$, 图 7 中 $\Gamma_M = 0.25$, $\Gamma_L = 0.75$; 图 8 中 $\Gamma_M = 0.3$, $\Gamma_L = 0.7$; 图 9 中 $\Gamma_M = 0.35$, $\Gamma_L = 0.65$, 度分布采用表 2 中的设计结果。

图 7 给出了 $\sigma_n = 0.8433$ 时 BER 随码率值的变化情况。图 7 为较低信噪比时的传输情况, 为了便于比较, 将横轴设置为码率倒数 R^{-1} 。从图 7 可以看出, 本文方案 MIB 具有最低的误码平台。例如, 当 $R^{-1} = 2.05$ 时, 与参考方案相比, 本文方案 MIB 的 BER 降低了近一个数量级, 最低可达 10^{-7} 量级。此外, 本文方案还具有最优的收敛性能, 即能够以较小的编码开销进入 BER 瀑布区。参考文献[39]给出的遥感卫星数据传输场景, 以 10^{-6} 作为 BER 衡量标准, 则本文方案可节省的开销至少为码长 K 的 10%, 这体现了本文方案的优势。

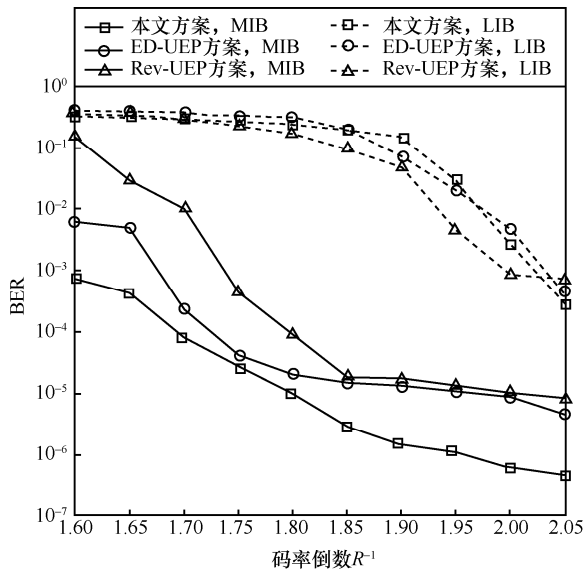


图 7 $\sigma_n = 0.8433$ 时 BER 随码率值的变化情况

图 8 给出了 $\sigma_n = 0.7294$ 时 BER 随码率值的变化情况。从图 8 可以看出, 本文方案的整体 BER 性能仍然是最优的。与 ED-UEP 方案相比, 本文方案同时实现了 MIB 和 LIB 的误码平台下降, 且收敛性能均更优。对于 Rev-UEP 方案, 其 LIB 的收敛性能更好, 但是其较早地进入了误码平台区, 最终可达的 BER 下界比本文方案低了近一个数量级; 此外, 其 MIB 的收敛性能与本文方案相差甚远。例如, 当 $R^{-1} = 1.55$ 时, 本文方案 MIB 的 BER 约为 2.5×10^{-6} , 而 Rev-UEP 方案约为 7×10^{-3} , 这意味着 Rev-UEP 方案即使降低 LIB 性能换取 MIB 性能的提升, 也难以优于本文方案。类似地, 若考虑以 10^{-6} 为 BER 标准, 则本文方案可节省的开销约为码长 K 的 18%。

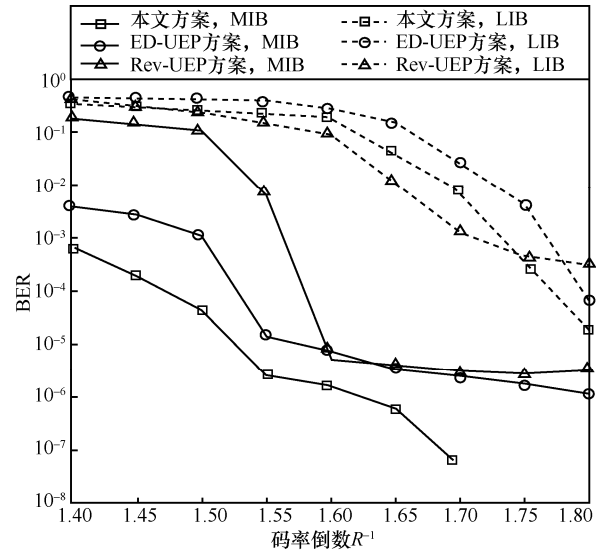


图 8 $\sigma_n = 0.7294$ 时 BER 随码率值的变化情况

图 9 给出了 $\sigma_n = 0.6252$ 时 BER 随码率值的变化情况。图 9 为较高信噪比时的传输情况。从图 9 可以看出, 无论是 MIB 还是 LIB, 本文方案的 BER 性能是最优的。对于 MIB 而言, 本文方案的 BER 始终低于参考方案一个数量级以上。例如, 当 $R^{-1} = 1.4$ 时, 本文方案与 ED-UEP 方案和 Rev-UEP 方案的差距更是达到了 2 个数量级和近 4 个数量级; 当 $R^{-1} = 1.55$ 时, 本文方案 LIB 的 BER 性能已经与参考方案的 MIB 性能近乎一致了, 而在 $R^{-1} = 1.60$ 时则更优。若考虑以 10^{-6} 为 BER 标准, 本文方案可节省的开销约为码长 K 的 7%; 不过, 此时的信噪比较高, 若进一步考虑以 10^{-7} 为 BER 标准, 则本文方案可节省的开销约为码长 K 的 15%。这意味着当信噪比增加时, 本文方案的性能提升幅度要高于参考方案。

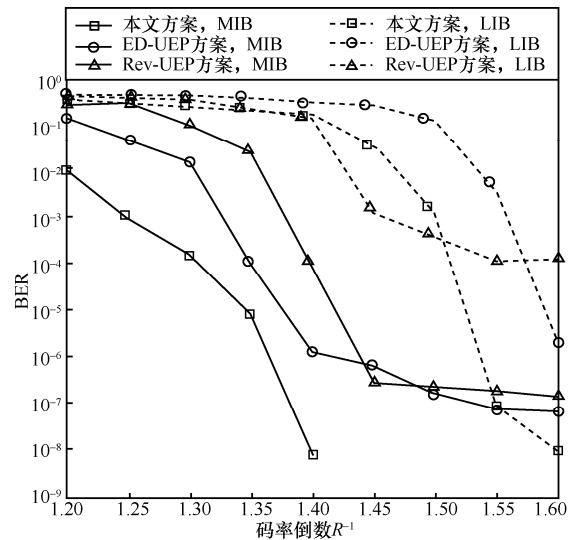


图 9 $\sigma_n = 0.6252$ 时 BER 随码率值的变化情况

3.2 不同信噪比下的 BER 性能

图 10 和图 11 给出了本文方案与参考方案在不同信噪比下的 BER 性能对比。图 10 中 $\Gamma_M = 0.25$, $\Gamma_L = 0.75$; 图 11 中 $\Gamma_M = 0.35$, $\Gamma_L = 0.65$; 度分布采用表 2 中的设计结果。

图 10 给出了 $R^{-1} = 1.7$ 时 BER 随信噪比的变化情况。为了便于分析, 将横轴设置为噪声标准差, 并以倒序排列。从图 10 可以看出, 本文方案的 MIB 性能依然是最优的, 只不过 LIB 性能略低于 Rev-UEP 方案。若考虑以 10^{-6} 为 BER 标准, 则本文方案与 Rev-UEP 方案和 ED-UEP 方案的 σ_n 之差分别约为 0.03 和 0.05, 换算为信噪比则差距为 0.35 dB 和 0.59 dB, 即本文方案可获得的编码增益。

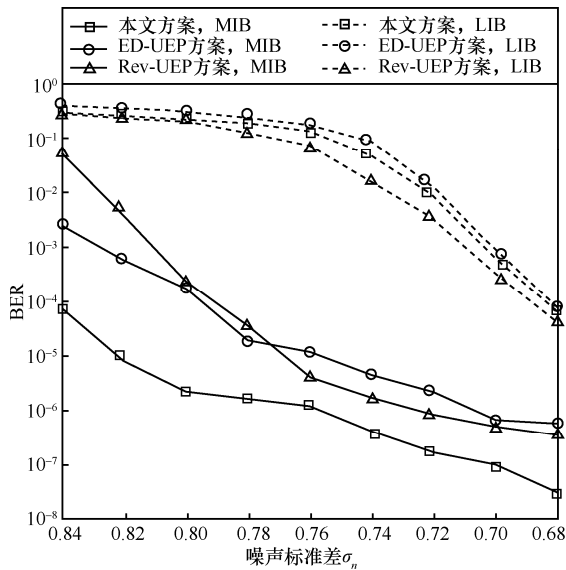


图 10 $R^{-1} = 1.7$ 时 BER 随信噪比的变化情况

图 11 给出了 $R^{-1} = 1.3$ 时的传输情况。从图 11 可以看出, 无论是 MIB 还是 LIB, 本文方案的 BER 性能均优于参考方案, 且差距较大。例如, 当 $\sigma_n = 0.6$ 时, 本文方案的 MIB 性能已经达到了 10^{-8} 量级, 远低于参考方案。若以 10^{-6} 为标准, 则本文方案可获得的编码增益约为 0.93 dB 和 1.30 dB。此外, 本文方案的 LIB 性能也是最优的; 例如, 当 $\sigma_n = 0.46$ 时, 本文方案比参考方案的 BER 低了 4 个数量级以上。

此外, 从上述仿真结果可以看出, 本文方案可同时实现 MIB 和 LIB 的性能提升, 原因如下。1) 设计了具有分段结构的编码方案。通过设计固定段、无速率段结构实现了对 MIB 的重点保护, 并确保 LIB 能够成功译码; 同时, 引入了系统码结构, 使

MIB 和 LIB 均能够在译码初始时便获得非零 LLR 信息, 有利于加快译码收敛速度, 为同时提升 MIB 和 LIB 的性能提供了可能。2) 设计了与编码方案适配的校验度分布。以信道容量为约束, 设计了面向 MIB 的固定段校验度分布; 以 LIB 临界收敛和 MIB 最快收敛为约束, 设计了面向 MIB 和 LIB 的无速率段校验度分布, 从而使校验度分布与编码结构和编码参数最佳匹配, 有利于节省编码开销、提高编码增益。上述这两点优势是参考方案所不具备的, 这也是本文方案能够实现 MIB 和 LIB 性能同时提升的原因所在。

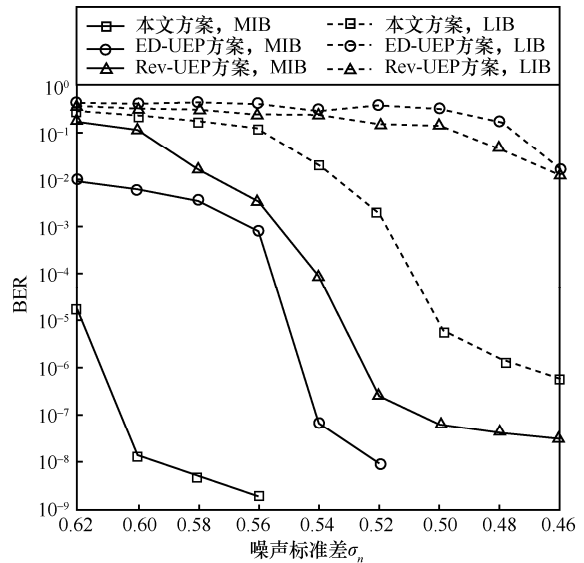


图 11 $R^{-1} = 1.3$ 时 BER 随信噪比的变化情况

4 结束语

为了解决传统 UEP-LT 算法在 AWGN 信道中存在的高误码平台的问题, 本文设计了一种系统不等差错保护 LT 编码方案, 并构建了适用于该方案的校验度分布设计模型。该模型的主要思想是设计固定段、无速率段以及系统节点段, 并将它们按顺序传输, 优势在于可为消息节点尽可能早地提供非零的 LLR 信息, 并使 MIB 和 LIB 获得不同的且可灵活调整的平均节点度数值。此外, 基于 EXIT 图法为固定段和无速率段设计了校验度分布, 使 MIB 获得最优的保护性能, 同时尽可能地提高 LIB 的收敛性能。仿真结果表明, 在相同的编码参数的信道条件下, 本文方案的 BER 性能优于现有的 UEP-LT 码。在后续工作中, 可以考虑设计能够更加逼近信道容量的校验度分布模

型, 从而在给定 BER 标准时实现进一步提升方案编码效率的效果。

参考文献:

- [1] BYERS J W, LUBY M, MITZENMACHER M. A digital fountain approach to asynchronous reliable multicast[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2002, 20(8): 1528-1540.
- [2] HUANG J X, FEI Z S, CAO C Z, et al. Reliable broadcast based on online fountain codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2021, 25(2): 369-373.
- [3] HE H, SU J, CHEN Y R, et al. Reliable cross-technology communication with physical-layer acknowledgement[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2020, 68(8): 5175-5187.
- [4] CAI P X, ZHANG Y, WU Y C, et al. Feedback strategies for online fountain codes with limited feedback[J]. *IEEE Communications Letters*, 2020, 24(9): 1870-1874.
- [5] WEN J L, SHIRVANIMOGHADDAM M, ABBAS R, et al. Analysis and design of analog fountain codes for short packet communications in IoT[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(12): 12662-12674.
- [6] HU Y M, LIU R K, KAUSHIK A, et al. Performance analysis of NOMA multicast systems based on rateless codes with delay constraints[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(8): 5003-5017.
- [7] ZHANG K, JIAO J, HUANG Z X, et al. Finite block-length analog fountain codes for ultra-reliable low latency communications[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2020, 68(3): 1391-1404.
- [8] JAIN S, BOSE R. Rateless-code-based secure cooperative transmission scheme for industrial IoT[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2020, 7(7): 6550-6565.
- [9] LUO S X, MA T, SHAN W, et al. Efficient multisource data delivery in edge cloud with rateless parallel push[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2020, 7(10): 10495-10510.
- [10] SCHULZ P, TRABL A, BARRETO A N, et al. Efficient and reliable wireless communications via multi-connectivity using rateless codes in single- and multi-user scenarios[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(9): 5714-5729.
- [11] CHEN H, ZHANG X, XU Y L, et al. Efficient mobile video streaming via context-aware RaptorQ-based unequal error protection[J]. *IEEE Transactions on Multimedia*, 2020, 22(2): 459-473.
- [12] RAHNAVARD N, VELLAMBI B N, FEKRI F. Rateless codes with unequal error protection property[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(4): 1521-1532.
- [13] LUBY M. LT codes[C]//*Proceedings of 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science*. Piscataway: IEEE Press, 2002: 271-280.
- [14] WU S, GUAN Q Y, MIAO Z. A new class of LT-based UEP rateless codes for satellite image data transmission[J]. *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, 2020, 122: 153256.
- [15] CAI P X, ZHANG Y, PAN C Y, et al. Online fountain codes with unequal recovery time[J]. *IEEE Communications Letters*, 2019, 23(7): 1136-1140.
- [16] AHMAD S, HAMZAOU R, AL-AKAIDI M M. Unequal error protection using fountain codes with applications to video communication[J]. *IEEE Transactions on Multimedia*, 2011, 13(1): 92-101.
- [17] SORENSEN J H, POPOVSKI P, OSTERGAARD J. UEP LT codes with intermediate feedback[J]. *IEEE Communications Letters*, 2013, 17(8): 1636-1639.
- [18] DENG K Y, YUAN L, WAN Y, et al. Expanding window fountain codes with intermediate feedback over BIAWGN channels[J]. *IET Communications*, 2018, 12(8): 914-921.
- [19] SHOKROLLAHI A. Raptor codes[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(6): 2551-2567.
- [20] ZHANG Y F, HOU W, LI Y, et al. Robust rateless spatially coupled repeat-accumulate-repeat multi-user codes on IDMA systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(11): 11523-11537.
- [21] LI A M, WU S H, JIAO J, et al. Spinal codes over fading channel: error probability analysis and encoding structure improvement[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(12): 8288-8300.
- [22] XU X, WU S H, DONG D, et al. High performance short polar codes: a concatenation scheme using spinal codes as the outer code[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 70644-70654.
- [23] HUSSAIN I, XIAO M, RASMUSSEN L K. Error floor analysis of LT codes over the additive white Gaussian noise channel[C]//*Proceedings of 2011 IEEE Global Telecommunications Conference*. Piscataway: IEEE Press, 2011: 1-5.
- [24] HUSSAIN I, XIAO M, RASMUSSEN L K. Design of LT codes with equal and unequal erasure protection over binary erasure channels[J]. *IEEE Communications Letters*, 2013, 17(2): 261-264.
- [25] CHEN C M, CHEN Y P. Connection choice codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2014, 62(7): 1350-1357.
- [26] CHANG L J, WANG C H, ZAO J K. An error-floor reduction technique for short-length LT codes[C]//*Proceedings of 2014 International Symposium on Information Theory and its Applications*. Piscataway: IEEE Press, 2014: 279-283.
- [27] SONG X, CHENG N P, LIAO Y R, et al. Design and analysis of LT codes with a reverse coding framework[J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 116552-116563.
- [28] BRINK S T. Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2001, 49(10): 1727-1737.
- [29] ETESAMI O, SHOKROLLAHI A. Raptor codes on binary memoryless symmetric channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(5): 2033-2051.
- [30] JAYASOORIYA S, SHIRVANIMOGHADDAM M, JOHNSON S J. A design of reconfigurable raptor codes for wide SNR ranges using a multi-edge framework[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(8): 1532-1535.
- [31] KHAREL A, CAO L. On the performance of LT codes over BIAWGN channel[C]//*Proceedings of 2016 International Conference on Computer, Information and Telecommunication Systems (CITS)*. Piscataway: IEEE Press, 2016: 1-5.
- [32] ZHANG M X, KIM S. Efficient encoding scheme for LT codes with soft iterative decoding[J]. *IET Communications*, 2018, 12(13): 1624-1629.

- [33] KHAREL A, CAO L. Improved fountain codes for BI-AWGN channels[C]//Proceedings of 2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-6.
- [34] YUAN L, LI J, WAN Y. Design of expanding window fountain codes with unequal power allocation over BIAWGN channels[J]. IET Communications, 2016, 10(14): 1786-1794.
- [35] SONG X, CHENG N P, NI S Y, et al. An improved LT encoding algorithm based on reselecting check nodes[C]//Proceedings of 2021 13th International Conference on Communication Software and Networks (ICCSN). Piscataway: IEEE Press, 2021: 75-79.
- [36] BRINK S T, KRAMER G, ASHIKHMIN A. Design of low-density parity-check codes for modulation and detection[J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(4): 670-678.
- [37] XU S K, XU D Z. Optimization design and asymptotic analysis of systematic luby transform codes over BIAWGN channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2016, 64(8): 3160-3168.
- [38] ZHANG W Z, HRANILOVIC S, SHI C. Soft-switching hybrid FSO/RF links using short-length raptor codes: design and implementation[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2009, 27(9): 1698-1708.
- [39] 冯钟葵, 葛小青, 张洪群, 等. 遥感数据接收与处理技术[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2015.
- FENG Z K, GE X Q, ZHANG H Q, et al. Remote sensing data receiving and processing technology[M]. Beijing: Beihang University Press, 2015.

[作者简介]



宋鑫 (1995-), 男, 山西临汾人, 航天工程大学博士生, 主要研究方向为信道编码、信道均衡、稀疏码分多址技术等。



倪淑燕 (1981-), 女, 河北清河人, 航天工程大学副教授, 主要研究方向为阵列信号处理、正交频分复用技术等。



张喆 (1993-), 男, 河南南阳人, 北京遥感信息研究所助理研究员, 主要研究方向为卫星信号处理、OFDM 技术、信道编码等。



廖育荣 (1972-), 男, 四川德阳人, 航天工程大学研究员, 主要研究方向为目标探测识别理论与技术、航天测控技术等。



雷拓峰 (1998-), 男, 陕西西安人, 航天工程大学博士生, 主要研究方向为正交频分复用技术、稀疏码分多址技术、信道编码等。